Lista de exercícios – Análise Numérica I

1. Seja 13250 uma aproximação de 13200, quais são seus algarismos significativos corretos?

2. Uma máquina trabalha em ponto flutuante com apenas quatro dígitos. Determine a soma da seqüência de números abaixo e os erros absoluto e relativo do resultado.

$$\{0.348; \quad 0.1834; \quad 345.4; \quad 235.2; \quad 11.75; \quad 9.27; \quad 0.0849; \quad 0.0214; \quad 0,000354\}$$

3. Um computador armazena números reais utilizando 1 bit para o sinal do número, 7 bits para o expoente e 8 bits para a mantissa.

a) Admitindo que haja truncamento, como ficariam armazenados os seguintes números decimais?
i) 265 ii) 12.5 iii) -445.25 iv) -0.1 v) -12.8 vi) 2500.05

b) Qual o valor verdadeiramente representado em cada caso do item a?

c) Qual o maior e o menor número positivo representável neste computador?

d) Qual o menor número maior que 100, nele representável?

e) Qual o maior número menor que 20, nele representável?

f) Qual os erros absoluto e relativo ao se tentar nele representar os números:
$m = 25.5$ $n = 120.25$ $p = 2.5$ $a = 460.25$ $b = 24.005$.

4. Dadas as equações abaixo:

4.1- estimar, graficamente, a posição de uma raiz em cada equação.

4.2- resolver uma delas pelo método da bisseção.

4.3- fazer, para cada uma, duas transformações $x = g(x)$, de modo que a iteração de ponto fixo de uma convirja e da outra não.

4.4- indicar, em cada caso de convergência, a razão aproximada entre os erros de duas aproximações sucessivas.

4.5- calcular, pelo método de Newton, uma raiz de cada equação, com erro inferior a 10^{-6}.

a) $e^x + x - 3 = 0$	d) $\tan x + x - 2 = 0$	g) $x^2 - \operatorname{sen} x = 0$
b) $\ln(x+2) - e^x = 0$	e) $\tan x - \cos x = 0$	h) $e^{-x} - \operatorname{sen} x = 0$
c) $\cos x - x^3 = 0$	f) $\operatorname{sen} x + x - 2 = 0$	i) $e^{-x} - x^2 = 0$

5. Estime o número de iterações necessárias para o cálculo da raiz da equação $f(x) = e^x - 3x$, localizada no intervalo $[1, 2]$, usando método da bisseção, com erro absoluto menor que 10^{-8}.

6. No cálculo das raízes da equação polinomial de 4° grau: $x^4 - 7x^3 + 12x^2 + 4x - 16 = 0$, utilizando o método de Newton, somente poderemos determinar apenas duas das quatro raízes reais da equação. Explique por que isso acontece.

7. Seja a função $f(x) = e^{x-2} + x^5 - 1$. Achar o valor de x no qual $f(x) = 2$.

8. Uma bola é arremessada para cima com velocidade $v_0 = 30\text{m/s}$ a partir de uma altura $x_0 = 5\text{m}$, em um local onde a aceleração da gravidade é $g = -9,81\text{m/s}^2$. Sabendo que $h(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, qual será o tempo gasto para a bola tocar o solo, desconsiderando o atrito com o ar?

9. O calor específico a pressão constante do oxigênio em função da temperatura pode ser expresso pela seguinte equação:

$$C_p = 8.27 + 2.58 \cdot 10^{-4} T - 1.877 \cdot 10^5 / T^2 \quad (\text{cal/mol} \cdot \text{K})$$

onde T é a temperatura absoluta. Determinar a temperatura para a qual $Cp = 5,82$ cal/mol.K.

10. Sejam $x_0 > 0$ e $A > 0$ arbitrários. Considere a sequência definida por

$$x_n = \frac{1}{2} x_{n-1} + \frac{A}{2x_{n-1}}$$

(a) Mostre que esta sequência converge e calcule o limite.

(b) Qual a ordem de convergência da sequência?

(c) Se x_0 for negativo, a sequência $\{x_n\}$ converge? Em caso afirmativo diga qual o limite.

11. O gráfico da função $y = e^x$ é uma curva.

(a) Use o método de Newton para escrever uma sequência convergente para o ponto Q da curva mais próximo do ponto $P(0, -1)$.

(b) Calcule dois passos do método de Newton. Quantos dígitos significativos tem esta aproximiação?

12. A tabela a seguir mostra uma amostragem da função f.

f	-1	0	2	3
x	5	2	3	1

(a) Obtenha o polinômio de grau 3 que interpola estes dados, usando a interpolação de Newton.

(b) Acrescente $f(4) = -1$ à tabela e construa o polinômio interpolador de grau 4 apartir do resultado do item (a).

14. Calcule o valor aproximado do número de habitantes de Cuiabá, no ano de 1995, sabendo-se que em 1970 haviam 150 000 habitantes, em 1980 haviam 250 000 habitantes, em 1990 haviam 500 000 habitantes e em 2000 eram 600 000 habitantes. Use um polinômio de lagrange, para interpolar a estimativa populacional.

15. A tabela abaixo nos dá a demanda máxima diária de energia elétrica numa cidade.

Data	21 de janeiro	31 de janeiro	10 de fevereiro	20 de fevereiro
Pico de demanda (Mw)	10	15	20	13

Faça uma interpolação de Newton com esta tabela e ache a demanda em 11 de fevereiro. Calcule a data e o pico máximo.

16. A partir dos dados abaixo, calcule uma aproximação para $\ln 1.2$:

$$\ln 1.0 = 0, \quad \ln 1.1 = 0.09531, \quad \ln 1.3 = 0.26236.$$

Dê um limite para o erro. (use 5 casas decimais com arredondamento)